



TITLE:

半導体四重量子ドットによる多機能二量子ビット操作(第55回物性若手夏の学校(2010年度),講義ノート)

AUTHOR(S):

藤澤, 利正

CITATION:

藤澤, 利正. 半導体四重量子ドットによる多機能二量子ビット操作(第55回物性若手夏の学校(2010年度),講義ノート). 物性研究 2011, 95(4-5): 489-502

ISSUE DATE:

2011-01-05

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/169405>

RIGHT:

半導体四重量子ドットによる多機能二量子ビット操作

藤澤 利正

東京工業大学 極低温物性研究センター

概要

半導体二重量子ドットは、単一電子の電荷状態を二準位とする電荷量子ビットとして機能する。2つの二重量子ドットを静電的に結合した四重量子ドットによって、二量子ビットに関する実験を行うことができる。このような系における一量子ビット操作と二量子ビット操作に関する基本原理と実験例を紹介する。一量子ビット系では、回転操作と位相シフト操作によって、ブロッホ球上の任意の状態を準備することができる。また、二量子ビット系では、ゲート電圧を調整することにより複数の二量子ビット操作が可能になることを示す。片方の二重量子ドット中の一電子がコヒーレントにトンネルすることに起因する一次のトンネル過程や、両方の電子が協調的にトンネルする二次のトンネル過程により、制御回転操作や交換操作などの多機能な二量子ビット操作が可能になる。

1 はじめに

近年、量子現象や量子状態を人為的に制御する量子情報技術に関する進展がめざましい。量子計算は、量子並列処理によって効率的な情報処理を行うものであり、液体分子核磁気共鳴やイオントラップなどの「自然の原子」を用いた実験や、超伝導回路や半導体量子ドットなどの「人工の量子系」を用いた実験により、様々な量子情報技術に関する進展がなされている [1, 2]。本稿は、半導体量子ドット中の電子状態を用いた量子情報技術として、電荷量子ビットに関する一量子ビット操作や二量子ビット操作に関する基本原理と最近の実験について述べる。

量子情報の最小単位は量子ビットと呼ばれ、例えば電子スピンの上向き・下向きのような量子二準位系によって表すことができる。個々の量子ビットの制御（1量子ビット操作）や量子ビット間の相関の制御（2量子ビット操作）の組み合わせ（アルゴリズム）により、量子並列計算を利用した効率的な計算が可能になる。特に、二量子ビット操作は、複数粒子の量子相関を形成する上でも、量子コンピュータにおけるアルゴリズムを実現する上でも重要な技術である。制御反転操作 (CNOT: Controlled NOT operation) は、第一量子ビットの値の条件によって第二量子ビットの反転を行う操作であり、多くの量子アルゴリズムの実行に必要とされる。また、交換操作 (SWAP operation) は、第一量子ビットと第二量子ビットの量子情報を交換する操作である。一次元（または二次元）に並んだ量子ビット列において、最近接量子ビット間の相互作用しかない場合に、遠く離れた（相互作用のない）量子ビット間の量子演算をおこなう為に、交換操作によって近接する量子ビットへ情報を移送することができる点で有用な操作である。また、交換操作の半分の時間に相当する平方根交換操作 ($\sqrt{\text{SWAP}}$) は、量子相関を形成する為に用いることができる点で重要である。これらの二量子ビット操作は、相互作用の形（ハミルトニアン）によってその基本操作が決まり、イジング型相互作用では制御回転操作が、ハイゼンベルグ型相互作用では交換操作が期待されている [3, 4]。通常、どちらか一方の操作が実現できれば、1量子ビット操作と組み合わせることによって、任意の量子ビット操作が可能になることが知られているため、一般的にはどちらか一方の操作を実現すればよいと考えられている。しかし、多数の量子操作

を組み合わせることは必ずしも実験的に容易なことではなく、デコヒーレンス時間の制約がある中で短い時間に少ない量子操作で所望の演算を行うことが望ましい [5, 6]。複数の二量子ビット操作を選択的に実行することができれば、より効率的で適した量子情報処理を行うことができるであろう。本稿では、半導体量子ドットで実現できる電荷量子ビットについて、複数の二量子ビット操作が可能であることを述べる。相互作用が固定されている場合においても、各量子ビットのパラメータを選ぶことにより、CNOT 操作や SWAP 操作だけでなく、その他の二量子ビット操作を実現することが可能であり、量子エンタングルメントと呼ばれる強い相関をもつ状態を作る際に有用である。

2 半導体量子ドット

半導体量子ドットは、微細加工技術によってナノメートル寸法の構造に電子を閉じこめたもので、人工的に制御されたポテンシャル中に電子の量子状態が形成されていることから、人工原子とも呼ばれている。複数の電子が占有する多体の電子準位は、電子間のクーロン相互作用によって理解することができ、ポテンシャルの対称性のよい量子ドットでは、1s 軌道や 2p 軌道に電子が占有する様子を、殻構造やフント則といった原子物理の言葉でよく説明することができる [7, 8, 9]。これらの量子準位間の「遷移」に着目すると、「自然の原子」が電磁場（光）との相互作用が重要なものに対し、半導体「人工原子」では結晶格子の音響フォノンとの相互作用が重要である [10]。また、スピン軌道相互作用の小さい GaAs 系量子ドットでは、電子スピンに関する選択則が明瞭に現れるなど、まさに「人工原子」の名にふさわしい性質を示すことが実験的にも示されている [11]。半導体人工原子の特徴は、自然の原子と類似した状態をゲート電圧などによって設計・制御できることにあり、その特徴を生かした量子情報技術へ発展できることにある。

特に、クーロン閉塞領域の量子ドットでは、電子数をゲート電圧によって 1 個ずつ正確に制御することができ [12]、高速電圧パルス技術を利用することにより、ある時刻に電子 1 個を量子ドットに注入し、他の時刻に電子を引き抜くといった電氣的ポンププローブ測定も開発されている [11]。さらに、高周波単一電子トランジスタや量子ポイント接合を用いた高速高感度電荷計を集積化することにより、電子 1 個の占有状態を高速に検出することができる [13, 14]。このように、クーロン閉塞領域の量子ドットでは、量子ドット 1 個の単一電子のダイナミクスを探る技術的發展にも恵まれている。

さて、量子ドット中の電子は、軌道自由度とスピン自由度を有しているが、スピン軌道相互作用が小さい場合、これらを分離して考えることができる。電子軌道は、電界などによる制御が容易で、2つの電子軌道の違いをトンネル電流や電荷測定などによって測定することも容易である [7]。電子スピンは、磁気双極子相互作用や交換相互作用などを用いて制御することができ、可干渉時間が長いと推測されることから注目されている [4, 11]。軌道自由度とスピン自由度の特徴をうまく活用することにより、特徴のある量子情報技術への発展が可能になると考えられる。本稿では、より制御性の高い電荷量子ビットを用いた一量子ビット操作・二量子ビット操作について述べる。

3 半導体二重量子ドット（1 量子ビット）

図 1 (a) は、AlGaAs/GaAs 変調ドーパヘテロ構造中の二次元電子ガスをエッチング及びゲート電極によって狭窄することにより形成された二重量子ドット（横型二重量子ドット）の電子顕微鏡写真で、ソース（S）・ドレイン（D）電極間に 2 個の量子ドット（L と R）が直列接続されている。電子が出射される電極（ソース）と電子が流れでてゆく電極（ドレイン）の間の電流が量子ドットの状態によって変化する電流電圧特性（単一

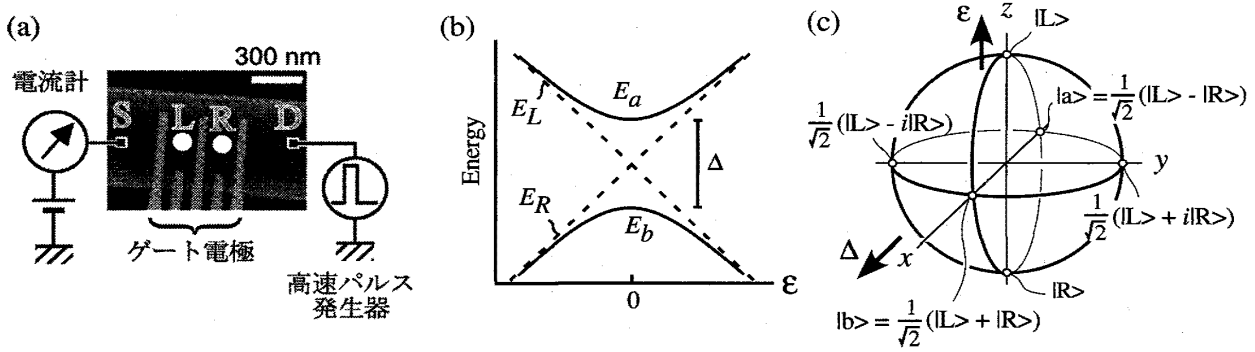


図1 (a) 二重量子ドットの電子顕微鏡写真と測定系。(b) 二準位系のエネルギーダイヤグラム。(c) ブロホ球による1量子ビット状態。

電子トランジスタ)を示すが、量子ビットとして機能するのは2つの量子ドット(LとR)であり、「測定」を行うために電極に接続されていると考える方がよい。図の5つのゲート電極によって、3つのトンネル障壁と量子ドットのポテンシャルを独立に制御することができる[15, 16]。電子は3つのトンネル障壁を介して、ソース電極からドレイン電極へ流れることができるが、それらのトンネルは、各々のドット内のクーロン相互作用(帯電エネルギー)およびドット間のクーロン相互作用(静電結合エネルギー)による影響を強くうける。その結果、トンネル電流は、3つのトンネル過程がエネルギー的に許される「三重点」近傍でのみ有限な値をとり、トンネル電流を測定することにより量子ドットの電子状態を測定することができる。量子ビットとして働かせるためには、ドット間のトンネルのみが可能で、ソース電極またはドレイン電極へ出入りするトンネルが禁止されるクーロン閉塞条件を選ぶことにより、「測定」によるデコヒーレンスを軽減できる。量子ビットの状態としては、過剰の電子1個が右のドットまたは左のドットを占有する2つの電荷状態のみを考える。実際には、同じ電荷状態であっても、電子占有が異なる基底状態や励起状態が各々のドットに存在するが、ある特定の2つの電荷状態(|L>, |R>)で表す)のエネルギー(それぞれ E_L , E_R)が比較的近く、他の状態への励起を無視できれば、これらの電荷状態を二準位系(量子ビット)とみなすことができる[16]。この場合、(近似的に)電極の状態を無視することにより、孤立した二準位系のハミルトニアン

$$H_{1q} = \frac{1}{2}\varepsilon\sigma_z + \frac{1}{2}\Delta\sigma_x \quad (1)$$

を考えることができる。ここで σ_z, σ_x は、基底を |L>, |R> とする擬スピンのパウリ行列、 ε は局在した電荷状態のエネルギー差 $\varepsilon = E_L - E_R$ で、 Δ はトンネル結合による反交差エネルギーを表す。このときの系の固有状態は結合軌道(|b>)と反結合軌道(|a>)で、そのエネルギー差 Ω は、

$$\Omega = E_a - E_b = \sqrt{\varepsilon^2 + \Delta^2} \quad (2)$$

で与えられる。図1(b)は、系の固有エネルギーを ε の関数として示している。反交差がおこる $\varepsilon = 0$ における固有状態は結合状態 $|b\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle + |R\rangle)$ と反結合状態 $|a\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|L\rangle - |R\rangle)$ であり、原点から遠く離れた ε ($|\varepsilon| \gg \Delta$) においては固有状態は |L>, |R> に漸近する。例えば、初期状態を非固有状態(|L>)に準備すると、 $\varepsilon = 0$ において |L> と |R> の間のコヒーレント振動を誘起することができ、その振動周波数は Ω/h で与えられる。

1量子ビット系における任意の状態は、二準位系の重ね合わせ状態

$$|\theta, \phi\rangle = \cos\frac{\theta}{2}|L\rangle + e^{i\phi}\sin\frac{\theta}{2}|R\rangle \quad (3)$$

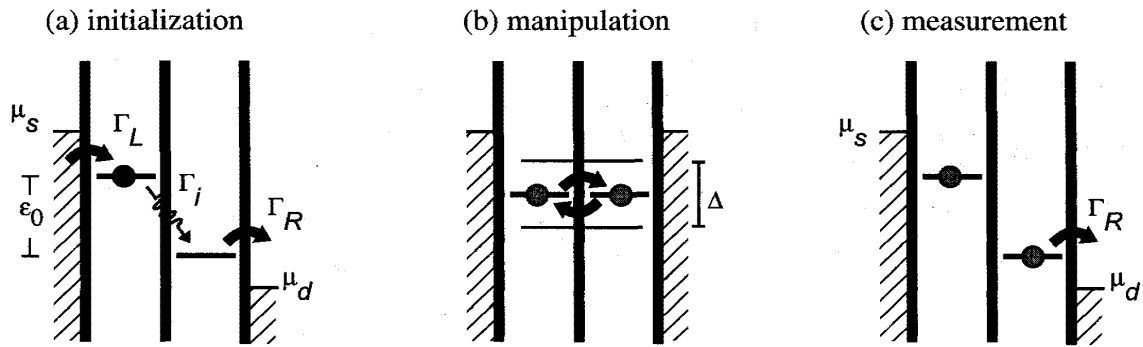


図2 (a) 初期化、(b) コヒーレント操作、(c) 測定における電荷量子ビットのエネルギーダイアグラム。

であり、図1(c)のブロッホ球上の点で表すことができる[2]。ハミルトニアン(1)の下では、仮想的な磁場 $(\Delta, 0, \varepsilon)$ 中の擬スピンの運動と考えることができ、仮想磁場の周りを擬スピンの歳差運動すると理解できる。従って、 $\Delta \gg \varepsilon$ においては x 軸まわりの回転運動によって $|L\rangle$ と $|R\rangle$ の間のコヒーレント振動がおこる。所望の時間だけ回転運動をおこすことにより、量子ビットの回転操作を実現することができる。また、 $\varepsilon \gg \Delta$ においては z 軸まわりの回転運動によるコヒーレント振動がおこり、2つの状態間の位相差を与える位相シフト操作を実現することができる。回転操作と位相シフト操作を組み合わせることにより、ブロッホ球上の任意の状態を準備することができるとともに、任意の一量子ビット操作も実現することができる。

高速電圧パルスによる初期化・コヒーレント操作・測定 コヒーレント振動を観測するためには、量子状態の初期化・コヒーレント操作・測定の手順を設計する必要がある。ここでは、矩形波の高速電圧パルスの印加によって、これらの手順を実行することができることを示す[16]。図1(a)に示した実験配置により、ソース・ドレイン間電圧 V_{DS} を変調する。まず、量子ビットの初期化のため、図2(a)のエネルギー模式図のように比較的大きなソース・ドレイン電圧を印加し、電極の電気化学ポテンシャル (μ_S, μ_D) の間に二準位系の電気化学ポテンシャル (μ_L, μ_R) がくるように制御する $(\mu_S > \mu_L > \mu_R > \mu_D)$ 。このときの二準位系のエネルギー差を $\varepsilon_0 = \mu_L - \mu_R$ とする。この場合、電極とのトンネルにより、電子は左の量子ドットに入りやすく、右側の量子ドットは空になりやすい。従って、左右のトンネル障壁のトンネル速度 (Γ_L, Γ_R) を比較的大きく選ぶことにより、実効的に $|L\rangle$ に初期化することができる。図2(a)は非共鳴条件 $(\varepsilon_0 \neq 0)$ の場合を示しているが、共鳴条件 $(\varepsilon_0 = 0)$ であっても初期化が可能であることを強調しておく[17]。電極へのトンネル速度が十分に大きく $(\Gamma_L, \Gamma_R \gg \Delta)$ 、トンネルによるデコヒーレンスが顕著な場合、明瞭な結合・反結合状態は形成されず、ほぼ左の量子ドットに局在した状態 $|L\rangle$ を実現できる。

次に、図2(b)のように、ソース・ドレイン電圧をゼロにすることにより、コヒーレントな制御を行う。このとき、ドット間のクーロン相互作用によって、電子が電極にトンネルして出ていくことも、電極から別の電子が入ってくることもできないクーロン閉塞領域に設定する。従って、量子ビットは実効的に電極と絶縁され、デコヒーレンスを最小にすることができる。このとき、静電的な結合により、エネルギー差は $\varepsilon_1 (< \varepsilon_0)$ に変化する。従って、初期化によって準備された電荷状態 $|L\rangle$ は、ハミルトニアン(1)に従って運動する。図1(c)のブロッホ球上では、 ε_1 と Δ によって与えられる仮想的な磁場の周りをラーモア振動する。

再び、ソース・ドレイン電圧を大きな電圧に戻すことによって、図3(c)のように量子ビットの測定を行うことができる。初期化の説明で述べたように Γ_L, Γ_R が大きい領域では、余剰電子はどちらかの量子ドットに局在する。電子が右のドットにいれば、ドレイン電極に電子がトンネルすることによって電流に寄与し、新たに別の電子が左のドットに入ることによって、初期状態 $|L\rangle$ に戻る。しかし、電子が左のドットにいる場合に

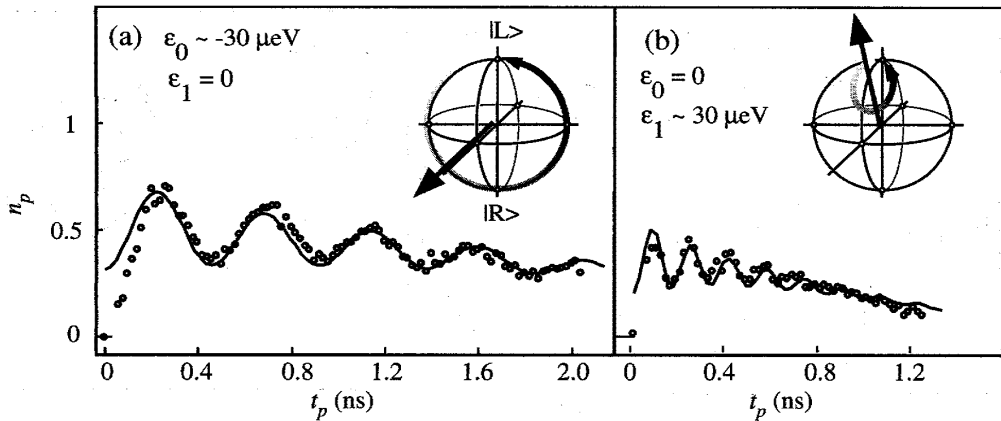


図3 1 電荷量子ビットのコヒーレント操作の実験例。(a) 共鳴条件による回転操作。(b) 非共鳴条件におけるコヒーレント振動。

は、すでに初期状態あり、電流には寄与しない。従って、トンネル電流を測定することによって量子ビットの測定を行うことができる。

測定例 以下に示す実験で用いた二重量子ドットでは、各々の量子ドットは十個程度の伝導電子を有し、帯電エネルギーは 2 meV 程度、ドット内の典型的な準位間隔は $100 \mu\text{eV}$ 程度である。また、ドット間の静電結合エネルギーは $200 \mu\text{eV}$ 程度である。従って、ある特定の二準位に対して、 $|\epsilon|, \Delta$ がこれらの特性エネルギーよりも小さい場合に、近似的に二準位系と見なすことができる。横型二重量子ドットでは、ゲート電圧によって ϵ 及び Δ を独立に変化させることができ、全電氣的な制御が可能な人工的な量子ビットを形成することができる。また、熱エネルギーによる励起をおさえるため、以下の実験は希釈冷凍機温度 (50 mK 以下) で行った。

図2で示したように、1回の電圧の上げ下げで1回のシーケンス（初期化・コヒーレント振動・測定）が完了する。実際には、1個の電子のトンネル事象を観測することは困難であるので、矩形電圧パルスを多数回繰り返す（繰り返し周波数 $f_{rep} = 100 \text{ MHz}$ ）、多くのトンネル電子（測定）を積算してその平均的な電流を測定する。電圧パルス列を印加したことによる電流変化 I_{mod} を測定し、単位パルスあたりに流れる電子数 $n_p = I_{mod}/ef_{rep}$ を見積もった。従って、多数回のシーケンスの平均を測定する「アンサンブル測定」である。

図3は、コヒーレント操作を行うためのパルス時間 t_p に対して測定結果 n_p を示しており、明瞭なコヒーレント振動が観測されている。図3(a)は、共鳴条件 ($\epsilon_1 = 0$) において回転操作を行った場合で、挿入図に示したように擬スピンはブロッホ球上を大きく運動し、最大振幅 (= 1) が期待される。実際には、パルスの立ち上がりが急峻でないことや、初期化や測定が理想的でないことなどにより、振動の振幅は約 0.5 にとどまっているが、二重量子ドットにおける電荷量子ビットの回転操作が実現できていることを示している。一方、図3(b)は、初期化のときに共鳴条件 ($\epsilon_0 = 0$) にあり、非共鳴条件 ($\epsilon_1 \sim 30 \mu\text{eV}$) でコヒーレント操作を行った場合で、挿入図に示したように、非共鳴条件での歳差運動のため振幅は図3(a)の場合よりも小さく、周期も短くなっている。初期化が共鳴条件 ($\epsilon_0 = 0$) にある場合でも、明瞭な振動が観測されていることは、初期化動作が期待通りに行われていることを示している。

位相シフト操作に関する実験は、それ自身が $|L\rangle$ と $|R\rangle$ の占有率を変化させないため、基底を変換する操作を加える必要がある。図4(a)は、回転操作において $1/2$ 周期 (π パルス) となる電圧パルスの波形 I ($t_p \sim 300 \text{ ps}$) と、その中央に位相シフトを与える極短パルス波形を重畳した波形 II を示している。波形 II の前半の $\pi/2$ パルス (i) で重ね合わせ状態 ($(|L\rangle - i|R\rangle)/\sqrt{2}$) を作り、極短パルス (ii) で位相をシフトした後

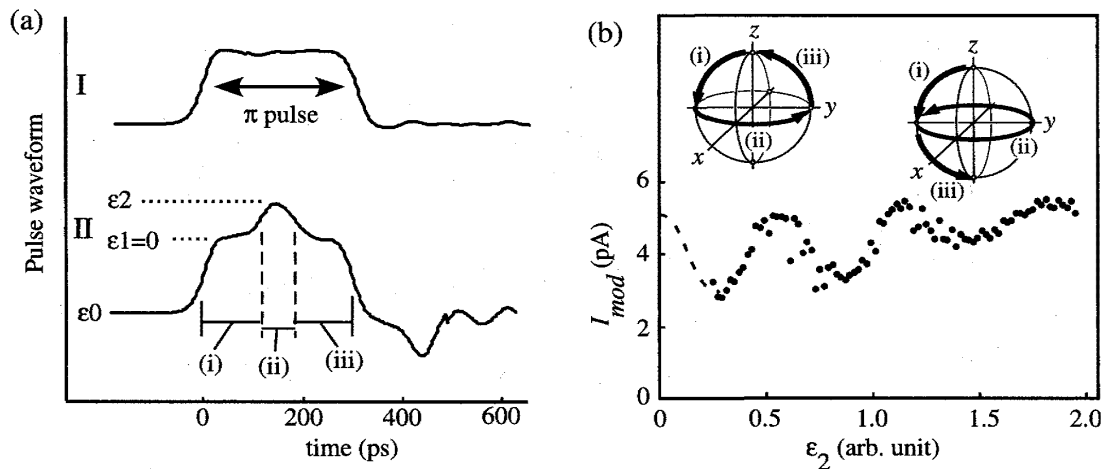


図4 (a) 電圧パルスの波形。Iは、 $\pi/2$ 回転操作の矩形パルス波形。IIは、位相シフトを与えるパルスを重畳した波形。(c) 位相シフトによるコヒーレント振動。挿入図は、ブロッホ球上の状態の軌跡（概念図）。

$(|L\rangle - ie^{i\theta}|R\rangle)/\sqrt{2}$ に、後半の $\pi/2$ パルスを印加すると、位相 θ に依存した電流の振動が期待できる [18]。図4 (b) はその結果を示したもので、極短パルスの大きさ (ε_2) を変化することにより、位相を制御できていることがわかる。このように、制御パルスの波形を設計することにより、任意の1量子ビット操作を実現することができる。

デコヒーレンス 以上の実験は、量子ビットのコヒーレント操作に成功したことを示しているが、振動は減衰を示し、デコヒーレンスがあることを表している。より多くの量子操作を行うためには、量子ビットと環境との結合を理解し、その対策をたてる必要がある。ここでは、電荷量子ビットに対するデコヒーレンスのメカニズムとして、低周波ノイズ、電子格子相互作用、コトンネル過程などについて述べる。

低周波ノイズは、試料に起因する背景電荷ゆらぎ ($1/f$ ノイズ) や信号線に含まれる低周波のノイズに起因するものであり、パラメーター ε や Δ にゆらぎをもたらし、エネルギー差 Ω [式 (2)] すなわち振動周波数の揺らぎを引き起こす [19, 20]。例えば、 ε の揺らぎ $\delta\varepsilon$ に対して、デコヒーレンス速度は、近似的に $\Gamma_\varepsilon \simeq |d\Omega/d\varepsilon|\delta\varepsilon$ で与えられる。揺らぎの大きさ $\delta\varepsilon$ は、非常に低周波のものに関しては電流の低周波ノイズから見積もることができ、この試料においては $0.1 - 5$ Hz の周波数範囲で $\delta\varepsilon = 1.6 \mu\text{eV}$ 程度であると見積られた。実際、 $|\varepsilon| > \Delta$ の領域では、低周波ノイズに起因するデコヒーレンスが支配的になっている。測定系からくる低周波ノイズはフィルターなどの工夫によって取り除くことができるが、試料の背景電荷揺らぎについてはその微視的な起源についても明らかになっておらず重要な課題である [21]。

また、コヒーレント操作する際にクーロン閉塞によって電極とのトンネルが禁止されていることを述べたが、高次のトンネル過程（コトンネル）によるデコヒーレンスを無視することはできない。これは、電子が電極へトンネルすると同時に、別の電子が二重量子ドットに入ることにより、可干渉性を失うもので、大きなトンネル速度 Γ_L, Γ_R を選ぶとコトンネルによるデコヒーレンスは顕著に表れる [22]。コトンネルの頻度は Γ_L, Γ_R の二乗に比例するため、トンネル速度を十分に低く保つことによって回避することができる。

さらに、電子格子相互作用によるデコヒーレンスは本質的である。GaAs のような極性半導体では、ピエゾ型の電子格子相互作用が低エネルギー（数 $100 \mu\text{eV}$ 程度以下）で支配的になることが知られている [23]。単一量子ドットの場合でもフォノン放出によってナノ秒程度のエネルギー緩和時間を示し、二重量子ドットの場合でも非共鳴電流の大きさから見積もられるフォノン放出時間は数ナノ秒程度になりうる。現時点では電子格

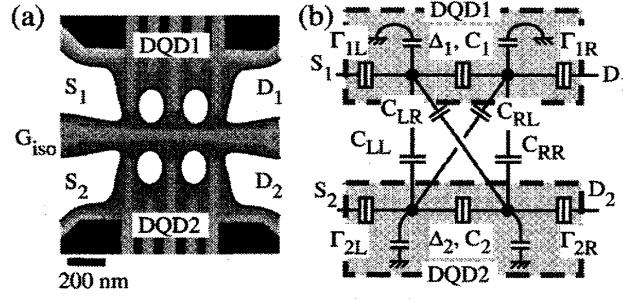


図5 (a) 二量子ビット素子の電子顕微鏡写真。(b) 四重量子ドット（二量子ビット系）の回路モデル。

子相互作用を簡単に防ぐ有効な手段はないが、量子ドットの寸法とフォノンの波長を考慮してフォノン放出を軽減する方法（フォノンボトルネック効果）[24] や、ミクロンサイズの微小の構造（フォノン共振器）中に量子ドットを作り込むことにより電子格子相互作用を制御できる可能性[25]がある。また、Siなどの無極性半導体を利用することによりピエゾ型相互作用を無視することもできるであろう。

4 半導体四重量子ドット（2量子ビット系）

前章で述べた二重量子ドットを2つ集積化したものが図5(a)に示す半導体四重量子ドットであり、二量子ビットの実験を行うことができる[26, 27, 28]。二量子ビットの基底は、 $|LL\rangle, |LR\rangle, |RL\rangle, |RR\rangle$ である。各々の二重量子ドットはソース電極(S)とドレイン電極(D)に接続され、電流測定による量子ビットの観測ができるとともに、高速電圧パルスの印加によってコヒーレント操作が可能である。量子ビット間の相互作用は図5(b)のような等価回路（量子ドットを黒い点で表示）によって表すことができ、各量子ビット（二重量子ドット）のトンネル結合を Δ_1, Δ_2 、ドット間のクーロン相互作用の大きさを容量 C_{ij} で表わしている。例えば、 $|LL\rangle$ に対する相互作用のエネルギーは、

$$U_{LL} \simeq \frac{e^2 C_{LL}}{C_{\Sigma}^2} \quad (4)$$

で近似することができる。ここで、 C_{Σ} は1つの量子ドットから見た全容量である。二重量子ビットの相互作用に重要なパラメータは、

$$J = U_{LL} + U_{RR} - U_{RL} - U_{LR} \quad (5)$$

であり、これを用いて、二量子ビット系のハミルトニアンは、

$$H_{2q} = \sum_{i=1}^2 \frac{1}{2} \left(\varepsilon_i \sigma_z^{(i)} + \Delta_i \sigma_x^{(i)} \right) + \frac{J}{4} \sigma_z^{(1)} \otimes \sigma_z^{(2)} \quad (6)$$

と書き表すことができる。ここで、各量子ビットのエネルギーバイアスを $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ とした。第一項は一量子ビットのハミルトニアンであり、第二項は静電的な相互作用を表しており、 $\sigma_z^{(1)} \otimes \sigma_z^{(2)}$ の成分であることからイジング型の相互作用とみなせる。このハミルトニアンの下に、二量子ビット系の電荷状態の時間発展について考える。

以下では、2つのトンネル結合が等しい($\Delta_1 = \Delta_2 \equiv \Delta$)場合における時間発展について考察し、 $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ を選択することによって様々な量子操作を実現できることを示す。図6(a)は、パラメータ $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ に対する系の固有エネルギーを示している。傾いた平面は4つの電荷状態の基底($|LL\rangle, |LR\rangle, |RL\rangle, |RR\rangle$)を表してお

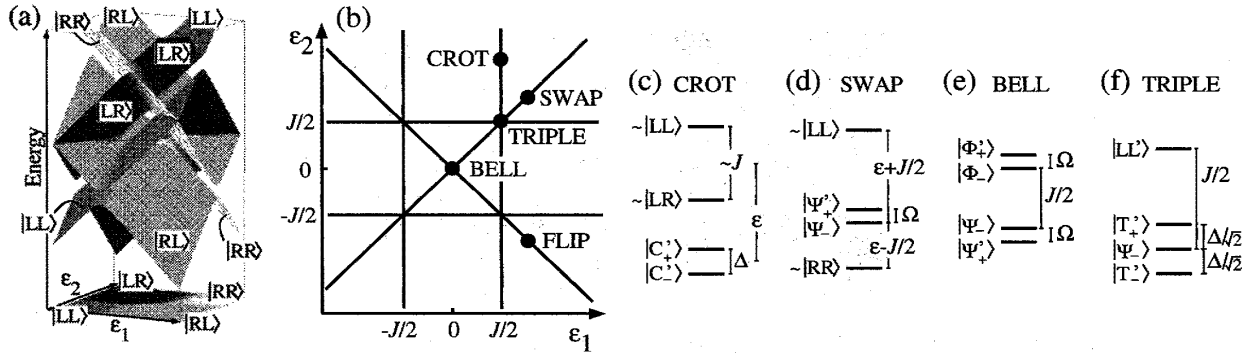


図 6 (a) $\epsilon_1 - \epsilon_2$ 平面でのエネルギー固有状態。(b) 共鳴条件の模式図。(c) CROT, (d) SWAP (d) BELL, (f) TRIPLE におけるエネルギーダイアグラム。

り、それらの平面が交差するところで反交差が見られる。エネルギーが最低となる基底状態は、底面図に示すような遷移を示し、 $\epsilon_1 = J/2$ において $|LR\rangle$ と $|RR\rangle$ の、 $\epsilon_1 = -J/2$ において $|LL\rangle$ と $|RL\rangle$ の共鳴条件になっていることなどを示している [28, 29]。このような共鳴条件をまとめたものが、図 6(b) で示す 6 つの実線であり、コヒーレントな電荷振動が期待できる条件である [30]。以下では、特徴的な条件における二量子ビット操作について考えてみる。

制御回転操作 (CROT) 制御回転操作は、片方の量子ビット (制御ビット) が $|R\rangle$ にあるときに他方 (標的ビット) の量子状態を回転操作するものであり、 $|LR\rangle$ と $|RR\rangle$ の共鳴条件 $\epsilon_1 = J/2$ において実現することができる [29, 31, 32, 33]。固有状態と固有エネルギーを摂動論より求めると、

$$|C'_\pm\rangle \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|RL\rangle \pm |RR\rangle - \frac{\Delta}{2\epsilon_{2+}} |LL\rangle - \frac{\Delta}{2\epsilon_{2-}} |RR\rangle \right] \quad (7)$$

$$|LR'\rangle \simeq |LR\rangle - \frac{\Delta}{2J} |LL\rangle + \frac{\Delta}{2\epsilon_{2-}} |RR\rangle \quad (8)$$

$$|LL'\rangle \simeq |LL\rangle + \frac{\Delta}{2J} |LR\rangle + \frac{\Delta}{2\epsilon_{2+}} |RL\rangle \quad (9)$$

$$E_{C'\pm} \simeq -\frac{\epsilon_2}{2} \pm \frac{\Delta}{2} - \frac{\epsilon_2 \Delta^2}{4\epsilon_{2\pm}^2 - J^2} \quad (10)$$

$$E_{LR'} \simeq \frac{\epsilon_2}{2} - \frac{J}{2} - \frac{\Delta^2}{4J} + \frac{\Delta^2}{4\epsilon_{2-} - 2J} \quad (11)$$

$$E_{LL'} \simeq \frac{\epsilon_2}{2} + \frac{J}{2} + \frac{\Delta^2}{4J} + \frac{\Delta^2}{4\epsilon_{2+} + 2J} \quad (12)$$

である。ここで、 $\epsilon_{2\pm} \equiv \epsilon_2 \pm J/2$ を用いた。また、4 つの固有エネルギーの関係を図 6(c) に示した。 $|C'_\pm\rangle$ は、十分大きな $|\epsilon_{2\pm}|$ ($\gg \Delta$) において近似的に $|RL\rangle$ と $|RR\rangle$ の結合状態 $|C_+\rangle$ と反結合状態 $|C_-\rangle$ となることを表しており、そのエネルギー差 Δ によって $|RL\rangle$ と $|RR\rangle$ の間のコヒーレント振動すなわち制御回転操作の周波数 Δ/\hbar がきまる。 $|C'_\pm\rangle$ や $|LR'\rangle$ 、 $|LL'\rangle$ に含まれる Δ に比例する項は、CROT 操作に不要な過程をもたらすが、 $\Delta/\epsilon_{2\pm}$ および Δ/J を十分に小さくすることにより抑制することができる。従って、所望の制御回転操作は、 $\Delta \ll J$ かつ $\Delta \ll |\epsilon_2 - J/2|$ の条件において実現することができる [31, 32, 33]。

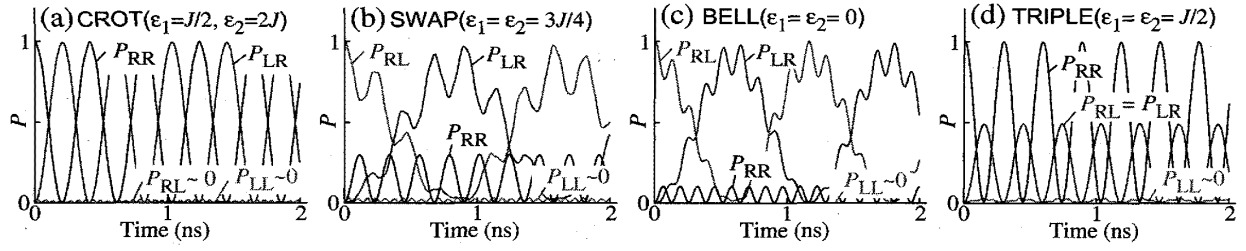


図7 純粋状態におけるコヒーレント振動の計算例。(a) CROT, (b) SWAP, (c) BELL, (d) TRIPLE における計算。

図7(a)は、初期状態を $|RR\rangle$ としたときの時間発展を計算したものであり、電荷状態の存在確率($|mn\rangle$ に対する確率を P_{mn})を示している。 P_{RR} と P_{LR} にみられる主な振動が制御回転操作に対応している。この半周期に対応する時間だけ作用することにより、制御反転(CNOT)操作とほぼ同等(位相変化を伴う点を除いて)な操作を実現できる。また、この条件($\Delta/J = 0.2$, $\varepsilon_2 = 2J$)においては、 P_{RL} や P_{LL} はほぼ零になっており、不要な過程が十分に小さいことを示している。

交換操作(SWAP) 交換操作は、2つの量子ビットの状態を交換するものであり、図6(b)において、 $|LR\rangle$ と $|RL\rangle$ との共鳴条件、すなわち斜めの線上($\varepsilon_1 = \varepsilon_2$)で実現することができる。共鳴条件 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 \equiv \varepsilon$ における固有状態と固有エネルギーは、

$$|\Psi'_+\rangle \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|LR\rangle + |RL\rangle - \frac{\Delta}{\varepsilon_+} |LL\rangle + \frac{\Delta}{\varepsilon_-} |RR\rangle \right] \quad (13)$$

$$|\Psi'_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|LR\rangle - |RL\rangle] \quad (14)$$

$$|RR'\rangle \simeq |RR\rangle - \frac{\Delta}{2\varepsilon_-} (|RL\rangle + |LR\rangle) \quad (15)$$

$$|LL'\rangle \simeq |LL\rangle + \frac{\Delta}{2\varepsilon_+} (|RL\rangle + |LR\rangle) \quad (16)$$

$$E_{\Psi'_+} \simeq -\frac{J}{4} + \frac{J\Delta^2}{2\varepsilon_+\varepsilon_-} \quad (17)$$

$$E_{\Psi'_-} = -\frac{J}{4} \quad (18)$$

$$E_{RR'} = -\varepsilon + \frac{J}{4} - \frac{\Delta^2}{2\varepsilon_-} \quad (19)$$

$$E_{LL'} = \varepsilon + \frac{J}{4} + \frac{\Delta^2}{2\varepsilon_+} \quad (20)$$

である。(ただし、 $\varepsilon_{\pm} \equiv \varepsilon \pm J/2$) ここで、 $|\Psi'_-\rangle$ は正確なベル基底で、 $|\Psi'_+\rangle$ は十分に小さい Δ/J の条件で近似的にベル基底である。 $|\Psi'_+\rangle$ における小さい項(Δ に比例する項)を無視すると、 $|LR\rangle$ と $|RL\rangle$ との間のコヒーレント振動が期待され、2つの二重量子ドットの電子が同時に相関をもってトンネルする協同トンネル現象がおこることが期待される($|LR\rangle \leftrightarrow |RL\rangle$)。従って、振動の半周期に相当する時間によって、交換操作を実現できる。 $|\Psi'_+\rangle$ と $|\Psi'_-\rangle$ のエネルギー差 Ω は

$$\Omega \simeq \frac{J\Delta^2}{2\varepsilon_+\varepsilon_-} = \frac{J\Delta^2}{2(\varepsilon^2 - J^2/4)} \quad (21)$$

で与えられ、交換操作の周波数を与える。2つの電子が同時にトンネルするという点で、またエネルギー差がトンネル結合の二乗に比例しているという点で、二次のトンネル過程であることがわかる [28]。ここで、三重点からの距離 (ε_+ または ε_-) が重要で、遠く離す ($|\varepsilon_{\pm}| \gg \Delta$) ことによって不要な過程を抑制することができるが、振動周波数 Ω/\hbar が小さくなることになる。従って、パラメータの選び方に注意が必要である。

図 7(b) は、初期状態 $|RL\rangle$ に対して、 $\varepsilon = \frac{3}{4}J$ における時間発展を表している。遅い振動成分は交換操作に対応するコヒーレント振動を表しており、その半周期の時間によって交換操作を実現することができる。交換操作は CNOT 操作を 3 回繰り返すことによって実現できるが、2 次のコヒーレント操作を用いることによって 1 ステップで交換操作を実現することができることを強調しておく。さらに、1/4 周期のコヒーレント操作は $\sqrt{\text{SWAP}}$ 操作と呼ばれ、初期状態 $|RL\rangle$ に対して、強い量子相関をもつ状態

$$|RL\rangle \rightarrow \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} [|LR\rangle - i|RL\rangle] \quad (22)$$

を 1 ステップで形成することができる点も興味深い。また、図 7(b) の速い振動成分は不要な過程に起因するもので、ここで用いたパラメータではかなり大きい振幅を示しているが、 $|\varepsilon - J/2| \gg \Delta$ とすることによって抑制することが可能である。

FLIP 操作 もう 1 つの二次のトンネル過程は $|LL\rangle$ と $|RR\rangle$ の間のコヒーレント振動で、図 6(b) での斜線 $\varepsilon = \varepsilon_1 = -\varepsilon_2$ において期待できる。この場合の固有状態は、

$$|\Phi'_+\rangle \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|LL\rangle + |RR\rangle - \frac{\Delta}{\varepsilon_+} |RL\rangle + \frac{\Delta}{\varepsilon_-} |LR\rangle \right] \quad (23)$$

$$|\Phi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|LL\rangle - |RR\rangle] \quad (24)$$

で与えられ、 $|\Phi_-\rangle$ は正確なベル状態、 $|\Phi'_+\rangle$ は近似的なベル状態である。そのエネルギー差 Ω は SWAP の条件における式と同様に計算することができる。コヒーレント振動の半周期によって、全電荷状態をすべて左向き $|LL\rangle$ からすべて右向き $|RR\rangle$ に変化することができ、ここでは FLIP 操作と呼ぶことにする。1/4 周期によるコヒーレント操作 ($\sqrt{\text{FLIP}}$) も、強い量子相関をもつ状態を得るために便利な操作である。

$$|RR\rangle \rightarrow \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} [|RR\rangle - i|LL\rangle] \quad (25)$$

ベル測定 図 6(b) の中心 ($\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$) の条件は、SWAP と FLIP の二種類の二次のトンネル過程が共存しておこる。この場合の固有状態と固有エネルギーは、

$$|\Phi'_+\rangle \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|LL\rangle + |RR\rangle + \frac{2\Delta}{J} (|LR\rangle + |RL\rangle) \right] \quad (26)$$

$$|\Phi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|LL\rangle - |RR\rangle] \quad (27)$$

$$|\Psi'_+\rangle \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|LR\rangle + |RL\rangle - \frac{2\Delta}{J} (|LL\rangle + |RR\rangle) \right] \quad (28)$$

$$|\Phi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|LR\rangle - |RL\rangle] \quad (29)$$

$$E_{\Phi'+} \simeq \frac{J}{4} + \frac{2\Delta^2}{J} \quad (30)$$

$$E_{\Phi-} = \frac{J}{4} \quad (31)$$

$$E_{\Psi'+} \simeq -\frac{J}{4} - \frac{2\Delta^2}{J} \quad (32)$$

$$E_{\Psi-} = -\frac{J}{4} \quad (33)$$

で与えられる。この場合も、 $|\Phi_-\rangle$ と $|\Phi_+\rangle$ は正確なベル状態、 $|\Phi'_+\rangle$ と $|\Psi'_+\rangle$ は $\Delta/J \ll 1$ において近似的なベル状態である。それらのエネルギー間隔は

$$\Omega = \frac{2\Delta^2}{J}$$

で与えられる [図 6(e) を参照]。

図 7(c) は、初期条件 $|RL\rangle$ に対する時間発展を示しており、 $|RL\rangle$ と $|LR\rangle$ との間のコヒーレント振動（遅い成分）が確認できる。速い振動成分は不要な過程によるものであるが、 Δ/J を小さくすることにより抑制することができる。不要な過程を無視すると、 $1/4$ 周期に対応する時間 $t = h/4\Omega$ での量子操作は、電荷状態の基底から（位相が加わった）ベル基底へのユニタリ変換 U_{BELL} に対応している。すなわち、エネルギー差にともなう位相を

$$\theta_{\Phi} = \frac{\pi}{2} \frac{E_{\Phi+} + E_{\Phi-}}{2\Omega} \quad (34)$$

$$\theta_{\Psi} = \frac{\pi}{2} \frac{E_{\Psi+} + E_{\Psi-}}{2\Omega} \quad (35)$$

で表すと、

$$U_{\text{BELL}} \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} e^{i\theta_{\Phi}} & 0 & 0 & -ie^{i\theta_{\Phi}} \\ 0 & e^{i\theta_{\Psi}} & -ie^{i\theta_{\Psi}} & 0 \\ 0 & -ie^{i\theta_{\Psi}} & e^{i\theta_{\Psi}} & 0 \\ -ie^{i\theta_{\Phi}} & 0 & 0 & e^{i\theta_{\Phi}} \end{pmatrix} \quad (36)$$

で表すことができる。このように、近似的なベル測定を実現することができる。

電荷三重点（TRIPLE）での量子操作 図 6(b) において、3本の共鳴条件が一致する4つの条件（ $\varepsilon_1 = \pm \varepsilon_2 = \pm J/2$ ）があることがわかる。例えば、 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = J/2$ では、 $|LR\rangle$ と $|RL\rangle$ と $|RR\rangle$ の電荷状態が共鳴する三重点になっている。この場合の固有状態と固有エネルギーは、

$$|T'_{\pm}\rangle \simeq \frac{1}{2} \left[|LR\rangle + |RL\rangle \pm \sqrt{2}|RR\rangle - \frac{\Delta}{J} |LL\rangle \right] \quad (37)$$

$$|\Psi_-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|LR\rangle - |RL\rangle] \quad (38)$$

$$|LL'\rangle \simeq |LL\rangle + \frac{t}{J} (|RL\rangle + |LR\rangle) \quad (39)$$

$$E_{T\pm} \simeq -\frac{J}{4} \pm \frac{\sqrt{2}\Delta}{2} - \frac{\Delta^2}{4J} \quad (40)$$

$$E_{\Psi-} = -\frac{J}{4} \quad (41)$$

$$E_{LL'} \simeq \frac{3J}{4} + \frac{\Delta^2}{4J} \quad (42)$$

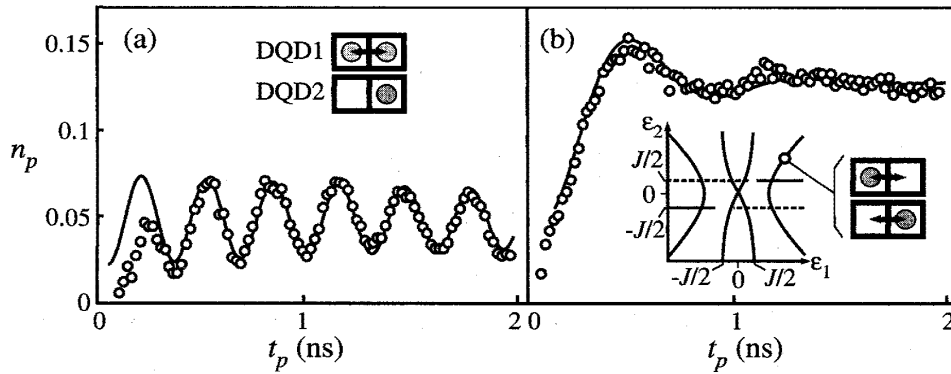


図8 (a) CROT に対するコヒーレント振動の測定例。挿入図は、四重量子ドットにおける2電子の運動の模式図。(b) SWAP に近い動作を示す相関コヒーレント振動の測定例。左挿入図は、 $\Delta_1 = 13 \mu\text{eV}$, $\Delta_2 = 25 \mu\text{eV}$, $J = 25 \mu\text{eV}$ における共鳴条件を $\epsilon_1 - \epsilon_2$ 平面に示したものの。右挿入図は、SWAP 操作に対応する2電子の運動の模式図。

で与えられる。 $|\Psi_- \rangle$ は正確なベル基底である。

図7(d) は、初期条件 $|RR \rangle$ に対する時間発展を示しており、 $|RR \rangle$ と $|\Psi_+ \rangle$ との間でコヒーレントな振動をしていることがわかる。図では P_{RL} と P_{LR} が重なっているため判りにくい、 $1/2$ 周期でベル基底 $|\Psi_+ \rangle$ が現れている。この場合、両方の二重量子ドットでいずれかの一次トンネルが許されているが、両方同時におこる FLIP 動作は許されない。2つのトンネル過程の干渉により、強く相関した $|\Psi_+ \rangle$ が現れると解釈できる。図6(f) の固有エネルギーを見ると、 $|T_{\pm}' \rangle$ と $|\Psi_- \rangle$ が等間隔 $\Delta/\sqrt{2}$ で並んでおり、図7(d) の振動周期は、エネルギー $\sqrt{2}\Delta$ に対応する。すなわち、同じトンネル結合の場合でも、CROT の周期よりも速い振動が得られることを示している。従って、2つの量子ビットの相関状態をつくるために、三重点でのコヒーレント操作は魅力的である。なお、この場合の不要なトンネル過程は P_{LL} に現れている微小な振動成分に相当し、この条件では十分に小さいことがわかる。

二量子ビットの実験例 図5(a) のような四重量子ドットを用いて二量子ビット操作に関する実験を行うことができる。図1(a) の二重量子ドット (1量子ビット素子) を2個集積化した構造になっており、各量子ドットのパラメータはほとんど同じである。量子ビット間の結合 J が重要なパラメータで、 $J = 25 - 50 \mu\text{eV}$ 程度のものを得ることができる [26, 28]。測定は、1量子ビットの実験と同様に行い、第一量子ビットのみに高速電圧パルスを加し、第一量子ビットのみの測定を行った。図8(a) は、CROT 操作に対応する条件 ($\epsilon_1 = J/2$) におけるコヒーレント振動を示しており、 $|LR \rangle$ と $|RR \rangle$ の間の振動、すなわち、第二量子ビットが $|R \rangle$ の条件にある場合にのみ第一量子ビットの回転操作がおこる。振動周波数から、 $\Delta_1 = 13 \mu\text{eV}$ であることがわかる。また、別の条件 ($\epsilon_1 = -J/2$) においては、第二量子ビットが $|L \rangle$ の条件にある場合にのみ第一量子ビットの回転操作を行うことができることも確認している。

二次のトンネルに関しては、 $\Delta_1 = 13 \mu\text{eV}$, $\Delta_2 = 25 \mu\text{eV}$ と若干異なるトンネル結合における測定であったため、上記で説明したような明快な量子操作にはなっていないが、それらに近い操作が得られる。この場合、共鳴条件は図8(b) 挿入図のように共鳴線同士の反交差がみられる。図8(b) のコヒーレント振動は、SWAP 操作に近い条件 (挿入図中の白丸) で測定したものであり、2つの電子が相関を伴ってコヒーレント振動している。このように、二次のコヒーレントトンネル現象が観測されたことは、空間的に離れた2つの電子が量子相関をもちながら運動する様子を示しており、電子を用いた量子情報技術に向けての発展性を示している。条件 ($\Delta_1 = \Delta_2$ など) をうまく選ぶことにより、図6で示した様々な量子操作も可能になると考えている。

5 まとめと謝辞

半導体二重量子ドットによる電荷量子ビットに関して、一量子ビット操作、二量子ビット操作に関する原理と実験例を紹介した。これらの二量子ビット操作は、電荷量子ビットだけでなく、超伝導電荷量子ビット [33] や光格子 [34, 35] に捕捉された原子にも適応することができる汎用的な手法である。量子情報技術は着実に進展しており、様々な量子操作を実現できることがわかってきた。デコヒーレンスの抑制、測定技術、量子メモリなど様々な要素技術を克服することにより、さらに優れた量子情報技術に発展することができる。今後の研究の進展に期待したい。

本研究は、NTT 物性科学基礎研究所で行われたものであり、太田剛氏、新海剛氏、都倉康弘氏、林稔晶氏、平山祥郎氏などとの共同研究である。また、総務省 SCOPE「半導体ナノ構造による量子情報インターフェースに関する研究」、科研費特別推進研究 (21000004)「半導体量子構造による電子波束のダイナミクス」、最先端研究開発支援プログラム「量子情報処理プロジェクト」、東京工業大学グローバル COE「ナノサイエンスを拓く量子物理学」の支援により行われた。

参考文献

- [1] Ed. D. Bouwmeester, A. Ekert, A. Zeilinger, *The Physics of Quantum Information*, Springer (2000).
- [2] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum computation and quantum information*, Cambridge Univ. Press, Cambridge (2000).
- [3] A. Barenco, D. Deutsch, A. Ekert, and R. Jozsa, *Phys. Rev. Lett.* **74**, 4083 (1995).
- [4] D. Loss and D. P. DiVincenzo, *Phys. Rev. A* **57**, 120 (1998).
- [5] D. Bacon, K. R. Brown, and K. Birgitta Whaley, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 247902 (2001).
- [6] A. Carlini, A. Hosoya, T. Koike, Y. Okudaira, *Phys. Rev. A* **75**, 042308 (2007).
- [7] L. P. Kouwenhoven, C. M. Marcus, P. L. McEuen, S. Tarucha, R. M. Westervelt, and N. S. Wingreen, in *Mesoscopic Electron Transport* edited L. L. Sohn, L. P. Kouwenhoven, and G. Schön, NATO ASI series E 345, Kluwer Academic, Dordrecht (1997), pp. 105-214.
- [8] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing, and S. Tarucha, *Reports on Progress in Physics* **64**, 701 (2001).
- [9] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage and L. P. Kouwenhoven, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3613 (1996).
- [10] W.J.M. Naber, T. Fujisawa, H.W. Liu, and W.G. van der Wiel, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 136807 (2006).
- [11] T. Fujisawa, D. G. Austing, Y. Tokura, Y. Hirayama, and S. Tarucha, *Nature* **419**, 278 (2002).
- [12] H. Grabert and M. H. Devoret (Eds.), *Single Charge Tunneling, Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures*, NATO ASI series B 294, Plenum Press, New York (1991).
- [13] R. J. Schoelkopf, P. Wahlgren, A. A. Kozhevnikov, P. Delsing, D. E. Prober, *Science*, **280**, 1238 (1998).
- [14] T. Fujisawa, R. Tomita, T. Hayashi, and Y. Hirayama, *Science* **312**, 1634 (2006).
- [15] W. G. van der Wiel, S. De Franceschi, J. M. Elzerman, T. Fujisawa, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven, *Rev. Mod. Phys.* **75**, 1 (2003).
- [16] T. Hayashi, T. Fujisawa, H. D. Cheong, Y. H. Jeong, and Y. Hirayama, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 226804

- (2003).
- [17] T. Fujisawa, T. Hayashi, Y. Hirayama, J. Vac. Sci. Technol. B **22**, 2035 (2004).
 - [18] T. Fujisawa, T. Hayashi, H. D. Cheong, Y. H. Jeong, Y. Hirayama, Physica E **21**, 1046 (2004).
 - [19] Y. Nakamura, Yu. A. Pashkin, T. Yamamoto, and J. S. Tsai, Phys. Rev. Lett. **88**, 047901 (2002).
 - [20] S. W. Jung, T. Fujisawa, Y. Hirayama and Y. H. Jeong, Appl. Phys. Lett. **85**, 768 (2004).
 - [21] T. Fujisawa and Y. Hirayama, Appl. Phys. Lett. **77**, 543 (2000).
 - [22] D. V. Averin and Yu. V. Nazarov, in *Single Charge Tunneling, Coulomb Blockade Phenomena in Nanostructures*, ed. H. Grabert and M. H. Devoret, NATO ASI series B 294 (Plenum Press, New York, 1991), pp. 217-248.
 - [23] T. Fujisawa, T. H. Oosterkamp, W. G. van der Wiel, B. W. Broer, R. Aguado, S. Tarucha, and L. P. Kouwenhoven, Science **282**, 932 (1998).
 - [24] U. Bockelmann and G. Bastard, Phys. Rev. B **42**, 8947 (1990).
 - [25] S. Debold, T. Brandes, and B. Kramer Phys. Rev. B **66**, 041301 (2002).
 - [26] G. Shinkai, T. Hayashi, Y. Hirayama and T. Fujisawa, Appl. Phys. Lett. **90**, 103116 (2007).
 - [27] G. Shinkai, T. Hayashi, T. Ota, K. Muraki, and T. Fujisawa, Appl. Phys. Express **2**, 081101(2009).
 - [28] G. Shinkai, T. Hayashi, T. Ota, and T. Fujisawa, Phys. Rev. Lett. **103**, 056802 (2009).
 - [29] A. Barenco, D. Deutsch, A. Ekert, and R. Jozsa, Phys. Rev. Lett. **74**, 4083 (1995).
 - [30] T. Fujisawa, G. Shinkai, T. Ota and T. Hayashi, to be published in Physica E (doi:10.1016/j.physe.2010.07.040).
 - [31] L. Fedichkin, M. Yanchenko and K. A. Valiev, Nanotechnology **11**, 387 (2000).
 - [32] Yu. A. Pashkin, T. Yamamoto, O. Astafiev, Y. Nakamura, D. V. Averin, and J. S. Tsai, Nature **421**, 823 (2003).
 - [33] T. Yamamoto, Yu. A. Pashkin, O. Astafiev, Y. Nakamura, and J. S. Tsai, Nature **425**, 941-944 (2003).
 - [34] M. Anderlini, P. J. Lee, B. L. Brown, J. Sebby-Strabley, W. D. Phillips and J. V. Porto, Nature **448**, 452 (2007).
 - [35] S. Fölling, S. Trotzky, P. Cheinet, M. Feld, R. Saers, A. Widera, T. Müller, and I. Bloch, Nature **448**, 1029 (2007).